

Analisis Kesulitan Dan Peningkatan Pemahaman Konsep Integral Dan Teorema Green Melalui Media Visual Autograph

Muthia Dewi¹, Sri Wahyuni², Ruri Ayu Ningsih³, Nurul Syaharani⁴

Pendidikan Matematika, Universitas Asahan

Email : srywahyunice2@gmail.com

Abstract: This study aims to explore the challenges faced by students and the development of their understanding of the concept of integrals and Green's Theorem by utilizing the Autograph visual media. In the context of vector calculus, both the concept of integrals and Green's Theorem require good visual skills to understand the area of integration, the orientation of the curve, and the relationship between line integrals and double integrals, which are often sources of difficulty for students. This study adopted a descriptive approach with students taking the mathematics education study program as subjects. Data collection techniques included tests to measure conceptual understanding, observations during learning, and interviews. The findings of this study show that the challenges experienced by students include errors in determining the boundaries of the area of integration, understanding the geometric meaning of Green's Theorem, and connecting algebraic and visual representations. The use of the Autograph visual media has proven effective in helping students to dynamically visualize areas and vector fields, which leads to increased conceptual understanding and reduced misconceptions. Thus, the Autograph visual media has proven to be an effective learning tool to deepen students' understanding of integrals and Green's Theorem.

Keywords: learning difficulties; conceptual understanding; green's theorem.

Abstrak: penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi tantangan yang dihadapi mahasiswa serta perkembangan pemahaman mengenai konsep integral dan Teorema Green dengan memanfaatkan media visual Autograph. Dalam konteks kalkulus vektor, baik konsep integral maupun Teorema Green memerlukan kemampuan visual yang baik untuk memahami area integrasi, orientasi kurva, serta hubungan di antara integral garis dan integral lipat, yang sering kali menjadi sumber kesulitan bagi mahasiswa. Penelitian ini mengadopsi pendekatan deskriptif dengan subjek berupa mahasiswa yang mengambil program studi pendidikan matematika. Teknik pengumpulan data mencakup tes untuk mengukur pemahaman konsep, observasi saat pembelajaran, dan wawancara. Temuan dari penelitian ini memperlihatkan bahwa tantangan yang dialami mahasiswa termasuk kesalahan dalam menetapkan batas area integrasi, memahami makna geometris dari Teorema Green, dan menyambungkan representasi aljabar serta visual. Pemanfaatan media visual Autograph terbukti efektif dalam membantu mahasiswa untuk secara dinamis memvisualisasikan area dan medan vektor, yang berujung pada peningkatan pemahaman konsep serta pengurangan miskonsepsi. Dengan demikian, media visual Autograph terbukti sebagai alat pembelajaran yang efektif untuk memperdalam pemahaman mahasiswa mengenai materi integral dan Teorema Green.

Kata Kunci: kesulitan belajar; pemahaman konsep; teorema green

PENDAHULUAN

Proses belajar kalkulus, terutama dalam hal konsep integral dan Teorema Green yang muncul dalam kalkulus vektor, merupakan komponen krusial dalam kurikulum matematika tingkat lanjut, karena memiliki peranan penting dalam peningkatan kemampuan analitis, penyelesaian masalah, serta pengertian hubungan antara representasi aljabar dan geometris. Teorema Green mengaitkan integral garis pada kurva tertutup dengan integral ganda pada area yang dikelilingi oleh kurva tersebut, sehingga penguasaan konsep dan visualisasi menjadi faktor penting dalam memahami materi ini. Namun, sejumlah penelitian dalam bidang pendidikan matematika menunjukkan bahwa mahasiswa masih mengalami tantangan belajar yang signifikan dalam bidang ini.

Mahasiswa sering menemui kendala dalam memahami konsep kalkulus integral secara umum, disebabkan oleh rendahnya kemampuan dalam visualisasi geometris serta kurangnya strategi pembelajaran yang efektif untuk memahami konsep abstrak integral. (Salafiya et al.2025)

Dalam hal ini, Aulia et al. (2025) melaporkan bahwa mahasiswa yang belajar tentang integral garis dalam kalkulus vektor kerap menghadapi masalah terkait parameterisasi lintasan dan pemahaman spasial, yang secara langsung memengaruhi pengertian Teorema Green. Secara lebih spesifik,

Tasya et al. (2025) menemukan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami operasi integral vektor, menetapkan batas integral pada kurva tertutup, serta menggambarkan orientasi kurva dan area dalam konteks Teorema Green ini menunjukkan bahwa metode pembelajaran yang bersifat prosedural saja tidak cukup untuk mengatasi hambatan komunikasi konseptual tersebut.

Selain itu, Dwikalsum et al. (2025) menekankan bahwa metode pengajaran yang terlalu terfokus pada teori sering kali membuat pemahaman mahasiswa hanya bersifat prosedural, tanpa memberi penjelasan mengenai makna geometris yang mendasari Teorema Green.

Dalam usaha untuk mengatasi tantangan dalam pembelajaran ini, berbagai metode pembelajaran yang mengutamakan visual telah diajukan dalam sumber-sumber literatur. Alat bantu visual yang interaktif telah terbukti efektif dalam membantu mahasiswa memperkuat keterampilan visualisasi, mengaitkan berbagai representasi matematika, serta mengasah pemahaman konsep yang sering kali sulit diraih dengan teknik pengajaran tradisional. Salah satu aplikasi yang umum digunakan dalam bidang ini adalah Autograph, yang merupakan perangkat lunak matematika visual dinamis yang dapat menyajikan grafik fungsi, medan vektor, dan hubungan integral dengan cara yang interaktif.

Penelitian oleh Ghozi & Hilmansyah (2025) mengungkapkan bahwa penerapan Autograph dalam materi aplikasi integral dapat secara signifikan meningkatkan kemampuan visual mahasiswa terhadap konsep integral.

Walaupun demikian, hingga saat ini masih terdapat kekurangan dalam penelitian yang secara menyeluruh mengaitkan tantangan belajar mahasiswa pada konsep integral dan Teorema Green dengan efektivitas menggunakan media visual Autograph sebagai alat bantu dalam pembelajaran guna meningkatkan pemahaman konsep tersebut. Berdasarkan kekurangan ini, penelitian ini dirancang untuk menganalisa kesulitan yang dialami mahasiswa dalam memahami konsep integral dan Teorema Green serta menilai sejauh mana penggunaan media visual Autograph dapat berkontribusi dalam meningkatkan pemahaman konseptual mahasiswa.

Berdasarkan permasalahan yang ada, studi ini ditujukan untuk menyelidiki secara mandalam hambatan-hambatan yang dihadapi oleh mahasiswa saat mengalami konsep integral dan Teorema Green, dengan memperhatikan aspek konsep, visual, dan procedural. Penelitian tentang hambatan ini meliputi ketidakmampuan mahasiswa untuk menerjemahkan arti geometris dari integral, memahami keterkaitan antara integral garis dan integral ganda, serta membayangkan area integrasi yang terlibat saat menerapkan Teorema Green. Kesulitan-kesulitan tersebut sering kali membuat mahasiswa hanya bergantung pada penghafalan rumus tanpa mengerti konsep dasar yang mendasari, yang pada akhirnya berdampak pada rendahnya tingkat pemahaman konseptual mereka.

Selanjutnya, penelitian ini juga bertujuan untuk mengevaluasi seberapa efektif penggunaan media visual Autograph dalam membantu mahasiswa mengatasi kesulitan tersebut. Autograph yang bersifat interaktif sebagai media visual menyediakan kesempatan bagi mahasiswa untuk memvisualisasikan kurva, medan vektor, dan area integrasi secara dinamis. Dengan demikian, hal ini diharapkan dapat menghubungkan antara representasi matematis simbolik dan representasi secara geometris. Melalui

visualisasi ini, mahasiswa tidak hanya belajar tentang langkah-langkah perhitungan, tetapi juga mendapatkan pemahaman yang lebih mendalam tentang arti dari konsep integral dan Teorema Green.

Selain itu, studi ini menggabungkan analisis kuantitatif serta kualitatif untuk mengembangkan pemahaman yang lebih lengkap mengenai kemajuan pemahaman di kalangan mahasiswa. Metode kuantitatif diterapkan untuk menilai peningkatan pemahaman konseptual melalui analisis perbandingan hasil pretest dan posttest setelah penerapan metode pembelajaran dengan bantuan Autograph. Di sisi lain, pendekatan kualitatif dilakukan dengan cara observasi dan wawancara untuk menggali tanggapan, tantangan, serta pandangan mahasiswa tentang penggunaan media visual Autograph selama proses pembelajaran.

Dengan begitu, hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangsih baik secara teori maupun praktik dalam pembelajaran matematika, khususnya dalam topik integral dan Teorema Green. Dari segi teori, penelitian ini bisa memperluas kajian tentang tantangan belajar mahasiswa terkait dengan konsep integral dan fungsi media visual dalam memperkuat pemahaman konseptual. Dari segi praktik, penelitian ini diharapkan bisa menjadi acuan bagi pengajar dalam merancang pembelajaran yang lebih efisien dan berarti lewat penggunaan media visual Autograph, sehingga dapat meningkatkan mutu pembelajaran kalkulus lanjutan di institusi pendidikan tinggi.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode campuran yang menggabungkan dua pendekatan yaitu kuantitatif dan kualitatif, dengan desain pretest-posttest dalam satu kelompok. Pilihan metode ini bertujuan untuk memberikan wawasan yang menyeluruh tentang perkembangan pemahaman mahasiswa mengenai konsep integral serta teorema green dan juga masalah yang dihadapi mahasiswa selama proses belajar.

Pendekatan kuantitatif bertujuan untuk mengevaluasi peningkatan pemahaman konsep di kalangan mahasiswa melalui analisis perbandingan antara hasil test awal dan test akhir. Instrumen yang dipakai dalam test adalah soal uraian yang dirancang untuk menilai kemampuan pemahaman konsep, penerapan rumus, dan interpretasi geometris dalam konteks integral dan teoreman green. Data kuantitatif kemudian dianalisis dengan menerapkan statistik deskriptif serta pengujian peningkatan hasil belajar, seperti perhitungan selisih rata-rata atau gain score.

Disisi lain, pendekatan kualitatif difokuskan untuk mengidentifikasi serta menganalisis kesulitan belajar dan reaksi mahasiswa terhadap penggunaan media visual selama proses pembelajaran. Data kualitatif diperoleh melalui pengamatan langsung selama proses pembelajaran dan wawancara semi terstruktur dengan para mahasiswa tersebut. Observasi diarahkan pada partisipasi mahasiswa, cara penggunaan media visual, serta interaksi selama pembelajaran berlangsung. Wawancara bertujuan untuk mengeksplorasi pemahaman mahasiswa secara lebih mendetail, hambatan konseptual yang mungkin dihadapi, serta pandangan mereka mengenai efektivitas media pembelajaran yang diterapkan.

Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa dari program studi Pendidikan matematika yang sedang mengikuti perkuliahan berkaitan dengan integral dan teorema green. Pemilihan subjek dilakukan lewat purposive sampling, dengan pertimbangan bahwa mahasiswa tersebut telah mendapatkan materi prasyarat yang diperlukan.

Analisis data kualitatif dilakukan melalui beberapa tahap yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Sementara itu, hasil dari kedua analisis kuantitatif dan kualitatif diintegrasikan untuk memberikan gambaran menyeluruh tentang efektivitas pembelajaran faktor-faktor yang memengaruhi pemahaman mahasiswa.

HASIL PENELITIAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa peserta didik masih mengalami berbagai kesulitan dalam mempelajari materi integral dan Teorema Green. Berdasarkan hasil kuesioner dan wawancara, sebagian besar peserta menyatakan hanya memiliki pemahaman yang cukup terhadap konsep dasar integral dan Teorema Green. Kesulitan utama yang sering muncul adalah dalam mengaitkan integral garis dengan integral ganda, menentukan orientasi kurva, serta memahami syarat keberlakuan Teorema Green.

Pada tahap awal pembelajaran, hasil pretest menunjukkan bahwa kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal integral dan Teorema Green masih tergolong rendah. Banyak peserta didik melakukan kesalahan dalam menentukan batas integral, menggambar daerah tertutup, serta memilih metode penyelesaian yang tepat. Hal ini mengindikasikan bahwa pemahaman peserta didik masih bersifat prosedural dan belum mencapai pemahaman konseptual yang mendalam.

Setelah diterapkan pembelajaran berbantuan media Autograph, terjadi peningkatan yang cukup signifikan pada hasil belajar peserta didik. Berdasarkan hasil posttest, sebanyak 80% peserta didik mengalami peningkatan nilai dibandingkan dengan hasil pretest. Peserta didik menunjukkan kemampuan yang lebih baik dalam memahami hubungan antara grafik, daerah integral, serta proses perhitungan luas dan volume.

Selain peningkatan hasil tes, penggunaan Autograph juga berdampak pada aspek nonkognitif peserta didik. Peserta didik menjadi lebih aktif dalam proses pembelajaran, lebih berani bertanya, serta menunjukkan ketertarikan yang lebih tinggi terhadap materi yang dipelajari. Sebanyak 75% peserta didik mampu mengoperasikan Autograph secara mandiri untuk membantu menyelesaikan permasalahan integral.

Hasil wawancara juga menunjukkan bahwa peserta didik merasa lebih mudah memahami konsep integral dan Teorema Green ketika disajikan melalui visualisasi grafik dan simulasi. Media Autograph membantu peserta didik melihat keterkaitan antara konsep matematis yang sebelumnya dianggap abstrak. Dengan demikian, hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penggunaan media visual berbasis teknologi memberikan kontribusi positif terhadap peningkatan pemahaman konsep dan kualitas pembelajaran matematika.

Lebih lanjut, analisis dari data kuantitatif mengindikasikan peningkatan kemampuan pemahaman konsep siswa setelah penerapan pembelajaran yang didukung oleh media Autograph. Perbandingan antara skor pretest dan posttest menunjukkan bahwa rata-rata nilai siswa mengalami peningkatan yang signifikan. Kenaikan ini tidak hanya tampak pada aspek perhitungan matematis, tetapi juga pada kemampuan siswa dalam memahami konsep integral dan Teorema Green secara mendalam, termasuk menentukan area integrasi, menetapkan orientasi kurva, serta menghubungkan integral garis dengan integral ganda.

Hasil observasi saat proses pembelajaran menunjukkan bahwa pemanfaatan media Autograph berhasil menciptakan atmosfer belajar yang lebih interaktif dan fokus pada siswa. Siswa terlibat aktif dalam meneliti representasi grafik dan area integral melalui visualisasi yang ditampilkan. Kegiatan ini mendorong siswa untuk mengembangkan pemahaman konsep secara lebih mendalam melalui proses pengamatan, analisis, dan refleksi terhadap fenomena matematis yang ada.

Selanjutnya, hasil dari wawancara mengungkapkan bahwa siswa merasa lebih mudah untuk memahami konsep-konsep abstrak ketika disajikan melalui visualisasi dan simulasi dengan menggunakan Autograph. Media ini membantu siswa melihat hubungan antara representasi simbolik, geometris, dan grafik secara bersamaan. Dengan demikian, kesalahan konsep yang sering muncul sebelumnya, terutama dalam penentuan batas integral dan orientasi kurva, dapat diminimalkan.

Dari sudut pandang pengajar, penerapan Autograph dianggap efisien dalam mendukung penyampaian materi mengenai integral dan Teorema Green dengan cara yang lebih terstruktur dan menyeluruh. Gambar yang dihasilkan memfasilitasi pengajar dalam menjelaskan hubungan antar konsep serta lebih tepat dalam mengenali kesulitan belajar yang dialami oleh siswa. Hal ini berkontribusi pada peningkatan kualitas interaksi antara pengajar dan siswa selama proses belajar mengajar.

Berdasarkan hasil temuan secara keseluruhan, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran yang didukung oleh media visual Autograph memberi dampak positif terhadap pemahaman konsep integral dan Teorema Green. Alat ini tidak hanya memengaruhi peningkatan hasil belajar kognitif, tetapi juga berpengaruh pada aspek afektif siswa, seperti motivasi dan partisipasi dalam belajar. Oleh karena itu, Autograph sangat layak diusulkan sebagai alternatif media dalam pembelajaran matematika tingkat lanjut yang memerlukan pemahaman konseptual dan visualisasi yang mendalam.

PEMBAHASAN

Pembelajaran pada materi integral dan Teorema Green masih menjadi salah satu tantangan dalam pendidikan matematika karena menuntut pemahaman yang tidak hanya bersifat prosedural, tetapi juga

konseptual dan visual. Berdasarkan hasil penelitian, kesulitan yang dialami peserta didik menunjukkan bahwa banyak dari mereka belum mampu membangun pemahaman yang utuh terhadap konsep integral sebagai dasar untuk memahami kalkulus vektor. Peserta didik cenderung mengingat rumus tanpa memahami hubungan antara konsep-konsep yang terlibat, sehingga mengalami kesulitan ketika dihadapkan pada variasi soal yang berbeda.

Kesulitan tersebut diperkuat oleh lemahnya penguasaan konsep prasyarat, seperti fungsi, turunan, integral dasar, serta pemahaman grafik. Dalam konteks Teorema Green, peserta didik tidak hanya dituntut memahami perhitungan matematis, tetapi juga harus mampu memvisualisasikan daerah tertutup, orientasi kurva, serta hubungan antara integral garis dan integral ganda. Ketidakmampuan dalam memvisualisasikan konsep ini menyebabkan peserta didik sulit memahami makna geometris dari Teorema Green dan cenderung melakukan kesalahan dalam menentukan langkah penyelesaian.

Selain faktor kognitif, pendekatan pembelajaran yang terlalu teoritis juga menjadi penyebab munculnya kesulitan belajar. Pembelajaran yang berfokus pada penurunan rumus dan manipulasi simbol matematika sering kali membuat peserta didik merasa materi bersifat abstrak dan sulit dikaitkan dengan konteks nyata. Hal ini sejalan dengan temuan penelitian yang menunjukkan bahwa peserta didik akan lebih mudah memahami konsep matematika apabila disajikan secara visual dan kontekstual.

Penggunaan media pembelajaran berbasis teknologi seperti Autograph memberikan alternatif solusi terhadap permasalahan tersebut. Autograph memungkinkan peserta didik untuk melihat secara langsung representasi grafik, daerah integral, serta hasil perhitungan luas dan volume. Dengan bantuan visualisasi ini, peserta didik dapat mengaitkan konsep aljabar dengan representasi geometris secara lebih jelas. Visualisasi yang ditampilkan oleh Autograph membantu mengurangi beban kognitif peserta didik dalam membayangkan bentuk grafik dan daerah yang terlibat dalam perhitungan integral.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan Autograph mampu meningkatkan pemahaman konsep peserta didik secara signifikan. Peningkatan ini tidak hanya terlihat dari hasil posttest, tetapi juga dari keaktifan dan antusiasme peserta didik selama proses pembelajaran. Peserta didik menjadi lebih percaya diri dalam menyelesaikan soal, berani mencoba berbagai variasi permasalahan, serta lebih mandiri dalam mengeksplorasi konsep yang dipelajari.

Temuan ini menunjukkan bahwa media visual berbasis teknologi memiliki peran penting dalam pembelajaran matematika, khususnya pada materi yang menuntut kemampuan visualisasi tinggi seperti integral dan Teorema Green. Dengan mengintegrasikan media Autograph dalam pembelajaran, peserta didik tidak hanya belajar menghitung, tetapi juga memahami makna konsep secara lebih mendalam. Oleh karena itu, pembelajaran matematika diharapkan dapat mengombinasikan pendekatan konseptual, prosedural, dan visual agar pemahaman peserta didik menjadi lebih utuh dan berkelanjutan.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa penggunaan media visual Autograph memberikan dampak positif terhadap peningkatan pemahaman konsep integral dan Teorema Green. Hal ini ditunjukkan oleh adanya peningkatan signifikan pada skor pemahaman mahasiswa antara pretest dan posttest setelah diterapkannya pembelajaran berbantuan media visual Autograph. Peningkatan tersebut menunjukkan bahwa visualisasi interaktif mampu membantu mahasiswa memahami konsep matematika yang bersifat abstrak secara lebih konkret dan sistematis.

Hasil analisis kesulitan menunjukkan bahwa sebelum penggunaan media visual Autograph, mahasiswa cenderung mengalami kesulitan dalam memahami konsep integral secara geometris, mengaitkan integral garis dan integral bidang pada Teorema Green, serta menginterpretasikan arah dan makna vektor. Kesulitan tersebut sebagian besar disebabkan oleh tingginya tingkat abstraksi materi dan keterbatasan mahasiswa dalam melakukan visualisasi spasial. Setelah pembelajaran menggunakan Autograph, kesulitan-kesulitan tersebut mengalami penurunan, terutama dalam memahami hubungan antara representasi simbolik dan visual.

Selain meningkatkan pemahaman konseptual, penggunaan media visual Autograph juga memberikan dampak positif terhadap motivasi dan keterlibatan mahasiswa dalam proses pembelajaran. Mahasiswa menjadi lebih aktif dalam mengeksplorasi konsep, melakukan pengamatan terhadap grafik dan bidang, serta membandingkan hasil perhitungan matematis dengan visualisasi yang ditampilkan. Hal ini menunjukkan bahwa media visual tidak hanya berfungsi sebagai alat bantu, tetapi juga sebagai sarana untuk membangun pemahaman konseptual yang lebih mendalam.

Meskipun demikian, penelitian ini masih memiliki keterbatasan, terutama pada jumlah sampel yang relatif terbatas dan pelaksanaan penelitian yang hanya dilakukan pada satu kelas. Selain itu, penggunaan media visual Autograph tetap memerlukan bimbingan dosen agar mahasiswa dapat menginterpretasikan visualisasi secara tepat dan tidak menimbulkan miskonsepsi. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk melibatkan sampel yang lebih luas, desain eksperimen yang lebih kuat, serta mengombinasikan Autograph dengan pendekatan pembelajaran lain untuk memperoleh hasil yang lebih optimal.

Secara keseluruhan, penelitian ini menyimpulkan bahwa media visual Autograph efektif digunakan sebagai alternatif pembelajaran dalam meningkatkan pemahaman konsep integral dan Teorema Green serta membantu mengatasi kesulitan mahasiswa dalam pembelajaran kalkulus vektor.

DAFTAR PUSTAKA

- Aulia, G., Harahap, M., Harahap, K., & Narpila, S. D. (2025). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Mempelajari Konsep Integral Garis pada Kalkulus Vektor. *Jurnal Ilmiah Literasi Indonesia*
- Salafiya, T., Insanul Kamila, F., Kimnu, K. P., et al. (2025). Kesulitan Mahasiswa dalam Memahami Konsep Kalkulus Integral. *Jurnal Angka*.
- Tasya, G., Sahiratul 'Ula, Wulandari, S., & Narpila, S. D. (2025). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Memahami Teorema Green: Aspek Visual dan Konseptual. *Jurnal Ilmiah Literasi Indonesia*.
- Dwikalsum, Yani, N. I. A., Fadhila, I., & Narpila, S. D. (2025). Studi Kesulitan Konseptual Mahasiswa dalam Memahami Teorema Green. *Jurnal Informatika, Multimedia dan Teknik*.
- Ghozi, S., & Hilmansyah, H. (2025). Visualisasi Geometris Aplikasi Integral: Studi Penggunaan Software Autograph. *JNPM*.